
Matematik i AT (til elever)

INDHOLD

| | |
|--|----------|
| 1. MATEMATIK I AT | 2 |
| 2. METODER I MATEMATIK OG MATEMATIKKENS VIDENSKABSTEORI | 2 |
| 3. AFSLUTTENDE AT-EKSAMEN | 3 |
| 4. SYNOPSIS MED MATEMATIK | 4 |
| 5. MUNDTLIG PRØVE | 6 |

1. Matematik i AT

Når du arbejder med matematik i AT-sammenhæng er fokus et lidt andet end i den daglige matematikundervisning. De teorier og metoder du har lært i matematik gælder selvfølgelig stadig og vil ofte også indgå i AT-forløb, men i AT skal du desuden reflektere over de metoder og teorier du anvender. Du skal bl.a. kunne beskrive de anvendte metoder samt forholde dig til deres muligheder og begrænsninger i forhold til den sag AT-forløbet omhandler. Om muligt skal arbejdet beskrives i en overordnet videnskabsteoretisk kontekst. Især det sidste kan være rigtig svært, men du kan få hjælp i næste afsnit.

Matematik hører i AT-sammenhæng under det naturvidenskabelige hovedområde. Matematik er på flere måder også tæt knyttet til de naturvidenskabelige fag, men der er nogle grundlæggende forskelle mellem matematikkens metoder og videnskabsteori og naturvidenskabens metoder og videnskabsteori (se i næste afsnit). Når matematik indgår som fag i AT-sammenhæng er det vigtigt at gøre sig klart, at det er matematikkens metoder, der arbejdes med og beskrives og altså ikke naturvidenskabens metoder.

Vi vil i næste afsnit give et bud på hvordan matematik kan beskrives med hensyn til videnskabsteori og metode. Se også "Materiale til lærere og elever" for litteratur, der kan uddybe aspekter af denne beskrivelse.

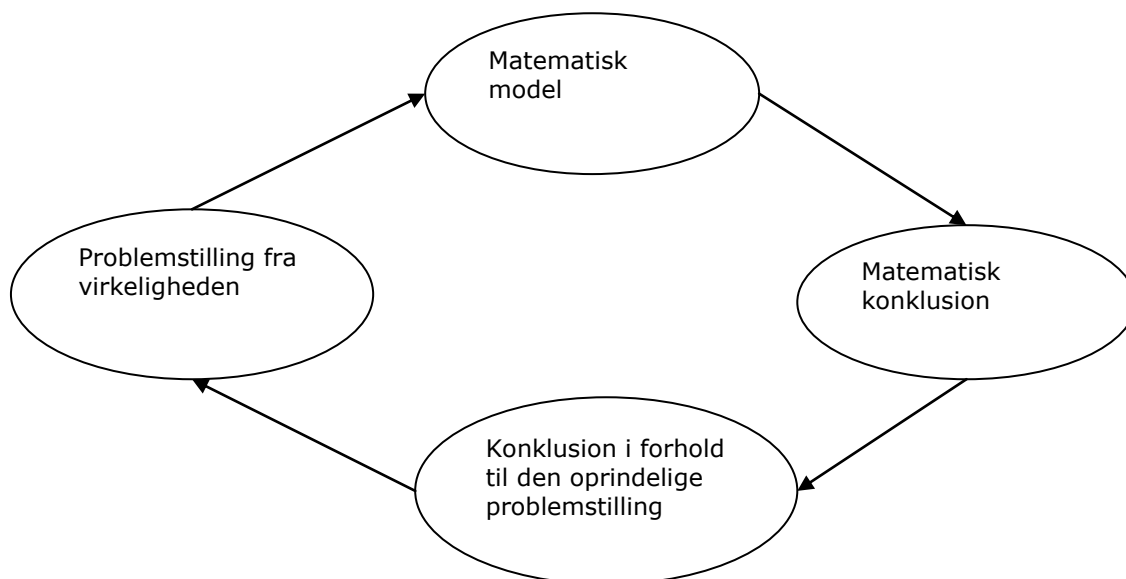
2. Metoder i matematik og matematikkens videnskabsteori

Matematik er en aksiomatisk-deduktiv videnskab. I matematik søger man ud fra nogle grundlæggende antagelser, de såkaldte aksiomer, gennem logisk bevisførelse (deduktion) at få indsigt i tallenes egenskaber, geometriske figurer og andre abstrakte strukturer. Matematik er således ikke et naturvidenskabeligt fag på linje med fysik, biologi, kemi og naturgeografi.

Når man ser på matematikkens **metoder**, kan man skelne mellem **skabelsen** af matematisk viden og **anvendelsen** af matematisk viden.

Når man **skaber** ny matematisk viden, anvender man ofte en eksperimenterende (induktiv) metode. Matematikeren prøver sig frem (på baggrund af den viden, erfaring, intuition mv. han/hun har) og kommer frem til formodninger om sammenhænge, strukturer og relationer inden for matematikken. Hvis en formodning viser sig sandsynlig, forsøges den bevist på baggrund af det gældende aksiomatiske system og andre allerede beviste sætninger. Først når formodningen er deduktivt bevist, accepteres den som en gyldig sætning. Bemærk at der her principielt er et strengere krav til gyldighed, end der er i naturvidenskab, hvor en hypotese accepteres, hvis den er afprøvet (efter naturvidenskabens standarder) tilstrækkelig mange gange.

I gymnasieundervisningen vil man meget sjældent skabe nye matematiske teorier og metoder, men i stedet forsøge at **anvende** kendte teorier og redskaber på forskellige problemer. Når man anvender matematik til at løse problemer fra virkeligheden, så anvender man **matematisk modellering**. Matematisk modellering kan beskrives ud fra en model som nedenfor:



Når man gør brug af matematisk modellering, tager man udgangspunkt i et problem fra virkeligheden. Herefter foregår en cyklisk proces, hvor man først afgrænser og ordner det problem, der skal skabes en model af. Man "oversætter" så at sige problemet til et område af matematikken. Dernæst skal man behandle de matematiske problemer, den opståede model giver anledning til (måske skal man løse ligninger eller analysere funktioner). Her kan man vælge mellem en række matematiske **metoder**, der kan bringe en frem til en matematisk konklusion.

Disse metoder kan opdeles i tre kategorier:

- 1) **Syntetiske metoder** (hvor man f.eks. konstruerer og måler på geometriske figurer, evt. i geometriprogram, eller undersøger en funktion ved at se på dens graf)
- 2) **Formelle metoder** (hvor man løser ligninger og omskriver formeludtryk, foretager differentiation osv.)
- 3) **Numeriske metoder** (hvor man bruger grafiske "tilnærmede" løsninger fra et computerprogram eller en lommeregner, f.eks. når man skal finde en funktions nulpunkter)

Til sidst bedømmer man modellens holdbarhed i forhold til modellens matematiske egenskaber og i forhold til den situation, modellen omhandler (man "validerer" den). Modellen analyseres kritisk både i forhold til anvendelighed og i forhold til alternative modeller, og processen startes eventuelt forfra.

Matematisk modellering anvendes som nævnt, når matematikkens anvendes uden for dens eget område. Dette vil oftest være tilfældet i AT-sammenhæng.

3. Afsluttende AT-eksamen

Denne del af folderen indeholder gode råd til dig, der har valgt matematik som det ene fag til AT-eksamen. Her er kun medtaget de dele, der kan være særlige, når matematik indgår som det ene fag. Du bør derfor også se i AT-læreplanen samt de generelle AT-vejledninger, der bruges på din skole.

4. Synopsis med matematik

En synopsis til AT-eksamen skal indeholde følgende dele:

- Titel på emnet og angivelse af fagkombination.
- Problemformulering.
- Præsentation af de problemstillinger, du har arbejdet med (og hvilke der vil blive draget frem ved den mundtlige prøve).
- Diskussion af, hvilke materialer, teorier og metoder, der er relevante i arbejdet med problemstillingerne (og hvilke der vil blive draget frem ved den mundtlige prøve).
- Delkonklusioner på arbejdet med de enkelte problemstillinger.
- En sammenfattende konklusion, som er klart relateret til problemformuleringen.
- En perspektivering til problemstillinger, teorier og metoder fra studierapporten samt eventuelle problemstillinger til videre undersøgelse.
- Litteraturliste.

Synopsen skal fylde 3-5 sider og hvis der er behov for det, kan den være ledsaget af bilag, f.eks. grafer, tabeller og kopi af tekstmateriale, der er svært tilgængeligt.

Synopsisformen ikke er en afsluttet tekst (som f.eks. en almindelig matematikaflevering eller SRP), men en åben/uafsluttet tekst, der forudsætter en fremlæggelse og efterfølgende dialog, hvor pointer og konklusioner kan uddybes og diskuteres. Formen ligger derfor langt fra den måde matematik normalt fremstilles på. I almindelige matematikafleveringer er det ofte selve arbejdet med materialet (mellemregninger, udledninger, ræsonnementer mv.), der er vigtige, men i en synopsis er det hovedsageligt konklusionerne på arbejdet, der er i fokus. Det er ikke det samme som at arbejdet ikke skal udføres. Du skal nemlig være klar til at argumentere for synopsisens påstande samt begrunde delkonklusioner til den mundtlige fremlæggelse. Beviser, tabeller og grafer med datamateriale, lange udledninger og udregninger kan være svære at få integreret fornuftigt i en synopsis og du kan derfor vælge at vedlægge dem som bilag.

I synopsen skal også indgå en beskrivelse af de(n) anvendte metode(r). Metoder bør beskrives med hovedvægt på det konkrete arbejde. Hvilke metoder er rent faktisk anvendt i dit arbejde med at besvare problemformuleringen? Her kan du beskrive metoder du selv har brugt eller metoder andre har brugt til at komme frem til de resultater mv., som du anvender. Matematikkens egentlige videnskabsteori (se afsnit 2) kan medtages, hvis det falder naturligt.

Synopsis som afsæt til en mundtlig fremlæggelse

Det vigtigt at have den mundtlige fremlæggelse i baghovedet når synopsen skrives. Vælg allerede inden skrivning af synopsis, hvilke dele af arbejdet du vil fremlægge mundtligt og hvilke dele, der skal med i synopsen. Nogle dele fremstilles bedst skriftligt og andre bedst mundtligt. Det kan være klogt at gemme nogle af guldgruberne til den mundtlige fremlæggelse.

Både i synopsen og ved fremlæggelsen bør du fokusere på de konkrete metoder og teorier, der kan belyse din valgte sag, samt de sider af matematikkens væsen som disse metoder og teorier afspejler.

Der skal i synopsen og evt. også ved den mundtlige eksamen drages sammenligninger til metoder og teorier i nogle af de forløb, der er omtalt i studierapporten. Det er her du kan understrege hvilke muligheder og begrænsninger, der ligger i matematik som videnskab. Og det er her du kan illustrere forskelle mellem de forskellige hovedområder.

Problemformulering

Brug dine vejledere, når du skriver problemformulering. En god problemformulering gør det meget nemmere at skrive en god synopsis. Husk at det her er vigtigt at tænke sag frem for fag. Det skal vel at mærke være en sag, der med god mening kan belyses af (mindst) to fag. Problemformuleringen tager ofte udgangspunkt i en undren over et fænomen. Ægte undren kan du ikke besvare, før du går i dybden med det materiale, du har til rådighed. Når du arbejder med materialet i jagten på en besvarelse af din undren (din problemformulering) bliver du klogere på emnet og kan derfor bedre indkredse, hvori din undren ligger. Du bliver i arbejdsprocessen derfor bedre og bedre til at skrive en klar og konkret problemformulering. Når du har fundet den perfekte problemformulering er du formentlig ved at være færdig med arbejdet. Problemformuleringen vil altså ofte blive ændret mange gange mens du arbejder med dit materiale. Husk at tale med din vejleder om ændringer i problemformuleringen.

Når du skriver en problemformulering (og tilhørende problemstillinger) så tænk på hvilke problemstillinger I har behandlet i de AT-projekter matematik har deltaget i. Tænk på hvilke typer af spørgsmål, der er karakteristiske for matematik samt hvilke typer af svar man kan forvente i matematik. Problemformuleringen behøver ikke at være skrevet som deciderede spørgsmål, men en god problemformulering vil oftest kunne omdannes til et eller flere spørgsmål.

Gode råd i forbindelse med udarbejdelse af problemformulering:

- I problemformuleringen angives den sag du har valgt at arbejde med.
- Pas på med problemformuleringer, der er:
 - rene dispositioner
 - opbygget efter taksonomiske krav
 - for brede og uspecifikke
 - uden fokus
- Problemformuleringen skal være knyttet til hovedkonklusionen (eller omvendt)

Eksempler på gode problemformuleringer

Fra AT-eksamen 2008 om "Fremtiden - visioner og forudsigelser":

Eksempel 1: Forudsigelse: Der vil i fremtiden komme flere og flere biler i København. Hvordan ser det liberale Danmark på trafikregulerende ordninger?

Fra AT-eksamen 2009 om "Rejser":

Eksempel 2: Hvorfor gennemførte NASA affyringen af rumfærgen Challenger til trods for advarsler fra ingeniører?

Eksempel 3: Hvor meget er danskerne villige til at betale for den CO₂, som de udleder, når de flyver?

Problemstillinger

For at kunne besvare din problemformulering skal du opstille en række underspørgsmål. De benævnes i læreplanen problemstillinger. Problemstillingerne kan være enkeltfaglige eller tværfaglige, men hvis de er enkeltfaglige skal der være underspørgsmål til begge/alle fag. Det skal ikke være nye problemformuleringer men konkret formulerede spørgsmål, der belyser forskellige sider af problemformuleringen. Skriv i synopsisen hvilke problemstillinger du vil uddybe ved den mundtlige fremlæggelse. Hvis der er relevante problemstillinger du ikke vil

arbejde med kan de nævnes i perspektivering. Problemstillingerne danner en slags disposition eller struktur for din synopsis.

Eksempel på problemstillinger

Problemstillinger i tilknytning til problemformuleringen i eksempel 3 ovenfor:

- Er danskerne villige til at betale for den CO₂, som de udleder, når de flyver?
- Hvilken betydning har flyvning for verdens forurening og CO₂-udledning?
- Hvad kan flyselskaber og myndigheder gøre for at mindske forureningen fra flyvning?

Materiale, teori og metode

For at besvare problemstillingerne skal du inddrage materialer, teorier og metoder fra de indgående fag. Med materiale forstås data og andet materiale, som indgår i eller er genstand for undersøgelsen. Materialer kan f.eks. være bøger, artikler, statistikker og datamateriale fra spørgeskemaundersøgelser, observationer eller eksperimenter (både egne og andres). Metode defineres i AT vejledningen som en systematisk måde at behandle materiale og data på (se afsnit 2 for uddybning af dette). Begrebet teori bruges her til at betegne et system af læresætninger, antagelser, begreber eller modeller. Metoder og teorier skal ikke blot beskrives. Du skal reflektere over de metoder og teorier, der er anvendt. Hvorfor er de valgt, hvad kan de bruges til, hvilke muligheder og begrænsninger besidder de?

Matematiske beviser, længere ræsonnementer eller udledninger af formler vil ofte indgå naturligt, når der arbejdes med matematik. Sådanne lange enkeltfaglige passager vil dog sjældent egne sig til synopsisformen. Her er det især metoden, der skal beskrives. Du skal dog for hver problemstilling knytte en delkonklusion på baggrund af materiale, teori og metode. Du bliver derfor nødt til helt konkret at behandle matematiske modeller, gennemføre beregninger, lave fremskrivninger, geometriske konstruktioner, numeriske analyser mv. for at komme frem til dine delkonklusioner. De skal bare ikke dokumenteres med samme detaljeringsgrad, som du er vant til fra andet skriftligt arbejde i matematik. Du kan f.eks. vælge kort at forklare ideen i et bevis uden at gå i detaljer og i stedet redegøre for bevistyper, bevisets rolle i matematik eller matematikkens aksiomatisk-deduktive opbygning. Et bevis kan også vælges at vedlægges som bilag, men bør i så fald ledsages af kommentarer til den mundtlige eksamen.

5. Mundtlig prøve

Arbejdet med AT-projektet er ikke slut, når synopsis er afleveret. Du kan opnå ny indsigt efter aflevering af synopsis og du kan opdage fejl. Dette kan du nå at rette op på ved den mundtlige fremlæggelse.

Hvordan fremlægger man matematik til en mundtlig AT-eksamen? Du kan vælge at bruge PowerPoint, men du skal huske at fokusere på den mundtlige formidling af indholdet og kun bruge en elektronisk præsentationsform, hvis den indholdsmæssigt understøtter den mundtlige formidling. En traditionel gennemgang af beviser ved tavlen eller på PowerPoint virker sjældent godt. Det tager for meget tid fra det essentielle, nemlig "sagen" og hvordan de to fag belyser og forholder sig til sagen og til hinanden. Generelt bør den mundtlige eksamen ikke indeholde elementer af særfaglig karakter løsrevet fra den sag du har arbejdet med. Det er vigtigere med en gennemgang af de anvendte metoder og teori samt refleksion over valgte metoder og teorier, herunder hvorledes det faglige samspil har givet en indsigt, som fagene

hver for sig ikke alene kunne give. Du skal dog også være klar til at argumentere for og dokumentere dine matematiske påstande og i den forbindelse kan enkelte detaljer være vigtige.

Eksaminationen skal afdække i hvilken udstrækning du har kunnet bruge fagene i behandlingen af din sag og ikke dit faglige niveau i de enkelte fag (selvom dette nok uundgåeligt påvirker din behandling af sagen).